Grundwissen zur 7. Klasse (G9)

(Strukturiert nach dem Schulbuch Lambacher Schweizer 7 zum Lehrplan Plus)

I. Terme

1) Terme mit Variablen

„Du wirst hier wieder die mathematischen Bezeichnungen und Fachbegriffe der Rechenarten benötigen (z.B.: Division/Quotient/Dividend/Divisor ...).“

Aufgabe 1: Bilde einen Term. Welche Bedeutung hat dann die Variable?

a) Theresa bekommt 4€ mehr Taschengeld als ihre kleine Schwester.

b) Die Gegenzahl einer Zahl wird um 5 verkleinert.

c) 6 Erben sollen sich 320.000 € teilen. Vorher müssen sie noch die Notarkosten und die Erscheinkosten von 1270€ abziehen.

d) Das Ameisenvolk hatte seine Anzahl in einem Monat verzwanzigfacht, als ein Ameisenbär 1800 Ameisen als Snack zwischendurch verspeiste.

„Bei den Termarten hast du natürlich die gängigen Rechenregeln (z.B. Punkt vor Strich) zu beachten.“

Aufgabe 2: Ordne der Beschreibung den richtigen Term zu. Die zugehörigen Buchstaben ergeben rückwärts gelesen ein Lösungswort.

Die Zahl verdreifachen und vom Ergebnis 24 abziehen.	R | $3 \cdot (x - 24)$	G | $3 \cdot x - 24$
Die Differenz aus 97 und der Summe aus 13 und einer Zahl.	N | $97 - (13 + x)$	E | $(97 - 13) + x$
Von 125 die gedachte Zahl subtrahieren und das Ergebnis durch 5 dividieren.	I | $(125 - x) : 5$	Ä | $125 - x : 5$
Zu – 9 das Vierfache der Zahl addieren.	L | $-9 + 4 \cdot x$	N | $-(9 + 4) \cdot x$
Die Differenz aus 6,7 und dem siebten Teil der gedachten Zahl.	F | $(6{,}7 - x) : 7$	H | $6{,}7 - x : 7$
Den Quotienten aus 36 und der gedachten Zahl quadrieren und davon 8 subtrahieren.	Ü | $(36 : x)^2 - 8$	E | $36 : (8 - x)^2$
Der vierte Teil der Differenz aus dem Doppelten der Zahl und 5.	R | $(2 \cdot x - 5) : 4$	L | $2 \cdot x - (5 : 4)$
Das Zweieinhalbfache der Zahl um 15 verringern.	S | $2{,}5\,(x - 15)$	F | $2{,}5 \cdot x - 15$

2) Termstrukturen und Termwertberechnungen

„Bei den Termwertberechnungen kommen häufig Brüche bzw. Dezimalzahlen vor. Vielleicht solltest du hierzu die Rechenregeln noch einmal wiederholen.“

Aufgabe 3: Ersetze die Variablen durch die jeweilige Zahl und berechne.

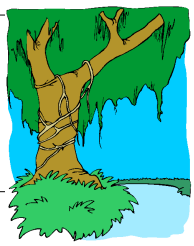
$n = 6$ $m = -1$ $x = 3{,}7$ $y = -5{,}1$ $a = 0{,}8$ $b = -1{,}5$

a) $(3n + 7) - (5 - 2n)$ b) $(3m - 5) \cdot (8 + 7m)$ c) $10x - (16 - 5x)$
d) $(5y - 20{,}5)^2$ e) $(7a : 1{,}4)^2 + 2a$ f) $8b^3 - (2b)^3$

„Das Erstellen eines Gliederungsbaums aus der 5. Klasse wird als Grundwissen benötigt.“

Aufgabe 4: Betrachte im Folgenden den Term $T(x) = [x \cdot (x + 6) + 9] : 5$

a) Gliedere am Term b) Erstelle einen Gliederungsbaum
c) Gliedere in Textform d) Berechne $T(-3)$; $T(0)$; $T(2)$; $T(5)$



3) Terme aufstellen und interpretieren

„Die Termart wird durch die letzte auszuführende Rechenart/Operation festgelegt.“

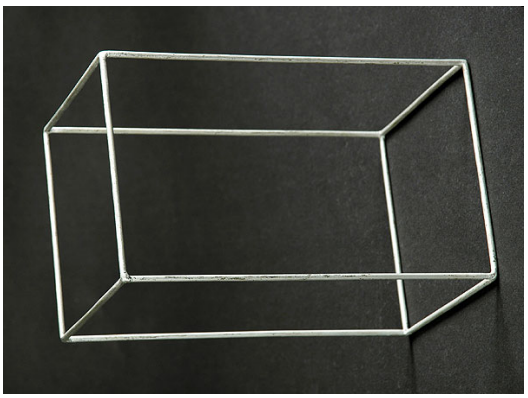
Aufgabe 5: Gib zu jeder der folgenden Rechenvorschriften einen passenden Term an und bestimme dann die Art des Terms.

a) Addiere 75 zum Vierfachen von x.
b) Subtrahiere 17 vom Quadrat von 2y.
c) Subtrahiere 1 von z und quadriere dann die Differenz.
d) Subtrahiere 5 vom Quadrat von x.
e) Multipliziere die Hälfte von b mit dem Doppelten von b.
f) Addiere 23 zum achtzehnten Teil von x.
g) Dividiere x durch das Quadrat von 5.
h) Multipliziere die Differenz aus dem Minuenden 17 und dem Subtrahenden x mit 3.
i) Addiere x zum Produkt aus x und 5.
j) Dividiere die dritte Potenz von a durch die Summe der Quadrate von a und 4.

„Bei den Textaufgaben zum Aufstellen von Termen solltest Du, wenn nötig, zur Hilfe eine Skizze anfertigen.“

Aufgabe 6: Aus einem 8,0m langen Stück Draht soll durch passendes Zerschneiden und Zusammenlöten ein Kantenmodell eines Quaders hergestellt werden, dessen Länge l das Doppelte der Breite b betragen soll.

a) Stelle einen Term für das Volumen V(b) des Quaders auf.
b) Stelle einen Term für die Höhe h des Quaders in Abhängigkeit von b auf.
c) Für welche Belegung von b sind Höhe und Breite gleich groß?
d) Welche Werte kann die Höhe des Quaders besitzen?



II. Termumformungen

1) Gleichwertige Terme

„Zur Erinnerung: Terme heißen gleichwertig (oder äquivalent), wenn sie bei jeder möglichen Ersetzung der Variablen durch Zahlen jeweils den gleichen Termwert ergeben."

Aufgabe 7: Gegeben sind die Terme $T_1(x) = (x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 9)$ und $T_2(x) = x^3 + 27$, sowie die Grundmenge $G = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Prüfe, ob die Terme gleichwertig sind.

„Beim Vereinfachen sollen die bekannten Rechengesetze (AG|KG|DG) verwendet werden."

Aufgabe 8: Vereinfache folgende Terme:

a) $T(a) = -13 + 21 \cdot 2 - a^2 - 100 : 4$
b) $T(x) = -0{,}3 \cdot 0{,}02 - x - 0{,}004 - x^2$
c) $T(a) = 3\,(a + 17) - 13^2$
d) $T(x) = 2\,(x^2 - 5) + 7{,}8$
e) $T(x) = 1{,}5\,(-3 + x + 5) - 3 \cdot 12$
f) $T(y) = -1 \cdot \left(-\frac{1}{4} - y + \frac{1}{3}\right)$

2) Produkte mit Potenzen

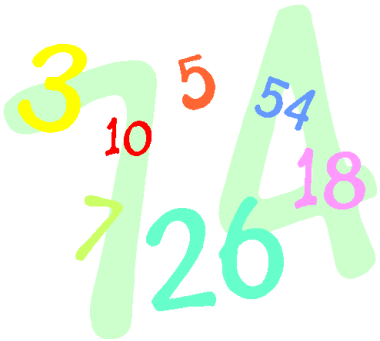
„Um Terme leichter vergleichen zu können schreibt man die Variablen meist in alphabetischer Reihenfolge. Beispielsweise schreibt man xy und nicht yx."

Aufgabe 9: Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $3x \cdot \frac{1}{5}y$
b) $2{,}5a \cdot 1{,}4b$
c) $\frac{2}{3}c^2 \cdot abc$
d) $\left(-2\frac{2}{3}ef\right) \cdot \left(+\frac{15}{8}e^2 f\right)$
e) $\left(-\frac{25}{99}rs^2\right) \cdot (-0{,}33rs)$

Aufgabe 10: Vereinfache die Terme so weit wie möglich

a) $\left(\frac{15}{8}a^2b \cdot 4b\right) \cdot 4$
b) $\left(-3{,}5r \cdot \frac{1}{7}s^3 \cdot 6r\right) : 4$
c) $-\left(\frac{x^2}{3} \cdot \frac{2}{3}y\right) \cdot (3{,}6xy)$
d) $\left(\frac{3}{4}ab^2 \cdot 8b\right) : \frac{1}{16}$



3) Umformungen in Summen

„Zwei Produkte, in denen genau die gleichen Variablen in jeweils gleicher Potenz auftreten, nennt man gleichartig, z.B. $2ab^3$, $-0{,}25a\,b^3$, $-7{,}5ab^3$."

Aufgabe 11: Fasse nur gleichartige Terme zusammen!

a) $2x^2 + 4x + 17 + 3x - 18 - 5x^2 + 6x^2 + 8x - 9$
b) $4m + 3m^2 + 14 + 8m^2 - 16 - 12m + 38 - 8m^2$
c) $-8 + 7z + 8y + 4z^2 + 6y^2 + 5 - 9z + 14y + 3z^2$
d) $6a + 4b + 5ab + 3a + 17ab - 9b - 6ab - 10a + b$

„Zur Erinnerung: Plusklammern können weggelassen werden. Minusklammern dürfen weggelassen werden, wenn das Plus- und das Minuszeichen vor jedem Summanden in der Klammer geändert werden. Steht vor dem ersten Summanden in der Klammer kein Plus- oder Minuszeichen, bedeutet das ein Pluszeichen, das ebenfalls geändert werden muss."

Aufgabe 12: Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $1{,}4x + \left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{4}x\right)$ b) $\frac{1}{2} + 2{,}7a - \left(b - a + \frac{2}{3}\right)$

c) $x^3 - 3x - (-2x^3 - 2x)$ d) $2{,}8a^4 - (3{,}5b^2 - 5{,}2a^4) + b^2$

e) $-6x^2 - (-12x - 13x^2)$ f) $-11a - 5 \cdot (0{,}2a - 3b - a^2)$

g) $12ab^3 - [-2a \cdot (3b^2 + 5ab - 13b^3) - 3 \cdot (ab^2 - 7a) \cdot b]$

4) Ausmultiplizieren und Faktorisieren

*„Wird ein Produkt mit Hilfe des Distributivgesetzes in eine Summe umgeformt, so spricht man auch vom **Ausmultiplizieren**. Wird eine Summe durch Anwendung des Distributivgesetzes in ein Produkt umgeformt, so spricht man vom **Ausklammern** oder **Faktorisieren**."*

Aufgabe 12: Multipliziere aus.

a) $1{,}2x\,(2{,}5x + 1{,}5y)$ b) $2{,}5y^2\,(2{,}5x - 0{,}2y + 0{,}8z)$

c) $(-1{,}8v + 3w) \cdot 0{,}4v$ d) $(0{,}6m - 2{,}2n) \cdot (-0{,}3mn)$

e) $\frac{2}{3}x\left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{4}y + \frac{9}{10}z\right)$ f) $\left(\frac{3}{7}a^2 - \frac{4}{11}b\right) \cdot \left(-6\frac{5}{12}b\right)$

g) $5\frac{1}{2}x\left(3\frac{6}{11}x^2 + 4y\right)$ h) $\left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-4\frac{1}{4}m + 3\frac{1}{8}n^2\right)$

Aufgabe 13: Schreibe als Produkt. Klammere möglichst viele gemeinsame Faktoren aus.

a) $50a^3\,b^2\,c + 75a\,b^2\,c^2 - 25a^2\,b\,c$

b) $35x^3\,y^2\,z^3 + 91x^2\,y^3\,z^2 - 140x^4\,y^4\,z^3 - 84x^3\,y^2\,z^4$

c) $44u^3\,v^2 - 22u^2\,v^3 + 88u^3\,v^3 - 66u^2\,v^2$

d) $99m^2\,n + 126m\,n^2 + 81m\,n - 54n^2$

e) $8x^4\,y^3 - 12x^3\,y^4 + 24x^2\,y^4 - 54x^3\,y^3 + 46x^2\,y^3$

5) Multiplizieren von Summen und binomischen Formeln

„Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jedes Glied der einen Summe mit jedem Glied der anderen Summe multipliziert und die entstandenen Produkte addiert."

Aufgabe 14: Multipliziere aus und fasse zusammen.

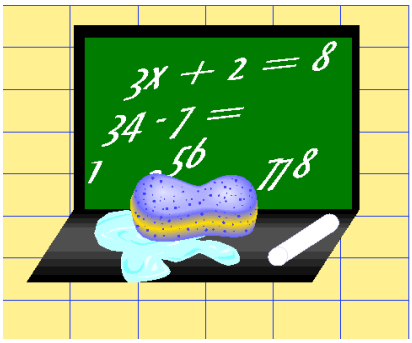
a) $(x - y)\,(3y + x)$ b) $(4r + 1)\,(2r + 4)$

c) $(-5s + 3t)\,(3s - 5t)$ d) $(w^2 - 4)\,(w^2 + 7)$

e) $(x + 3)\,(2 - x^2)$ f) $(a^2 - a)\,(2 - a)$

g) $(3s + r)(3s - r)$ h) $(3q - 4p)\,(3q - 4p)$

i) $(7d - 3)(3d + 5)$ j) $(m^3 + 4)\,(2m^2 + 5m)$



„Zur Erinnerung: 1. Binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. Binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ || 3. Binomische Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$"

Aufgabe 15: Faktorisiere mit Hilfe der Binomischen Formeln.

a) $49a^2 - 112ab + 64b^2$ b) $b^2 + 4b + 4$ c) $100x^2 - 40xy + 4y^2$

d) $a^2 - 625$ e) $0{,}09u^2 - 0{,}12uv + 0{,}04v^2$ f) $0{,}25m^2 - n^2$

g) $900r^2 - 60r + 1$ h) $0{,}25s^2 + 1{,}5st + 2{,}25t^2$ i) $4d^2 - 4e^2$

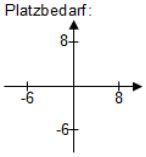
III. Symmetrie

1) Achsensymmetrie

„Beim Zeichnen solltest Du ein Geodreieck und einen gespitzten Bleistift oder Minenstift verwenden. Arbeite möglichst genau.“

Aufgabe 16: Trage in ein Koordinatensystem folgende Punkte ein:
A(3|6), P(– 4|– 0,5), Q(– 2|0,5), R(1|2), S(6|4,5).

Platzbedarf:



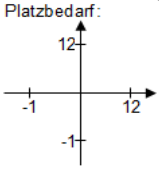
a) Spiegele die Punkte P, Q, R, S an der Achse a, die durch den Nullpunkt O und A verläuft.
b) Die Punkte P, Q, R, S liegen auf einer Geraden g. Zeichne g und die Bildgerade g´ ein. War es nötig, alle vier Punkte zu spiegeln? Welchen Punkt haben g und g´ gemeinsam? Warum?
c) Miss den Winkel zwischen g und a sowie den Winkel zwischen a und g´. Was fällt auf? Warum ist das so?
d) Zeichne in das Koordinatensystem die Gerade h, die durch die Punkte H(– 1|5,5) und K(4|3) geht. Zeichne die Bildgerade h´. Wie verlaufen h und h´zueinander? Warum?

2) Konstruieren von Spiegelpunkten und Achse

„Damit die Konstruktionen nicht zu unübersichtlich werden, solltest du nur Teile der benötigten Kreise einzeichnen.“

Aufgabe 17: Zeichne die Punkte A(4,5|6), B(10,5|0,5), C(10,5|8), D(6|9), S(4|0) und T(9|10).
ST ist Spiegelachse. Konstruiere das Spiegelbild.

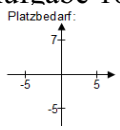
Platzbedarf:



a) der Geraden AB
b) der Strecke [BC],
c) der Halbgeraden AD],
d) des Kreises um A mit Radius 4.
e) des Kreises um B mit Radius 1.
Gib jeweils die Koordinaten der Spiegelpunkte an.

Aufgabe 18: Zeichne die Punkte A(– 2|2,5), B(1,5|3), C(-2,5|6) und C´(2,5| – 4). Konstruiere das zu Dreieck ABC symmetrische Dreieck A´B´C´, sodass C´ Spiegelpunkt von C ist. Gib die Koordinaten von A´und B´an. Welchen Flächeninhalt haben beide Dreiecke?

Platzbedarf:

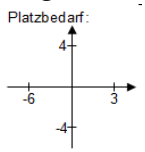


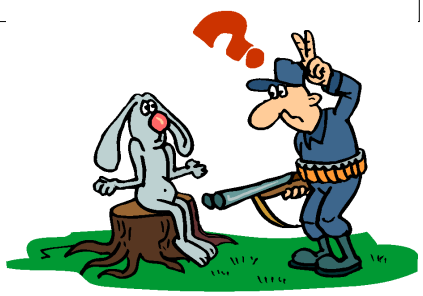
3) Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Lot

*„Eine Gerade l, die durch einen gegebenen Punkt P geht und senkrecht auf einer Geraden g steht, heißt **Senkrechte** zu g oder **Lot** auf g. Der Schnittpunkt des Lotes l mit g heißt **Lotfußpunkt**.“*

Aufgabe 19: Ein Jäger läuft auf einem Waldweg, der durch die Gerade AB mit A(– 5| – 1,5) und B(2|2) beschrieben wird. Um zu seinem Hochsitz C(1|– 2) zu gelangen, muss er über eine Wiese laufen. Da das Gras dort recht hoch und zudem noch nass ist, will er den Weg durch die Wiese möglichst kurz halten. Konstruiere, wie der Jäger durch die Wiese laufen muss.

Platzbedarf:

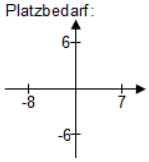




„Unter der Winkelhalbierenden w_α versteht man diejenige Gerade, die durch den Scheitel geht und den Winkel α in zwei gleich große Teile zerlegt .“

Aufgabe 20: Gegeben sind die folgenden Punkte: A(– 3|–2), B(6|–1) und C(1|4).

Platzbedarf:



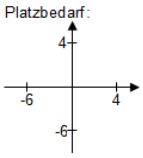
a) Konstruiere durch A das Lot l zu BC. Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S_1 von l mit der y-Achse an.
b) Konstruiere durch A eine Parallele p zu BC und gib die Koordinaten des Schnittpunktes S_2 der Parallelen mit der x-Achse an.
c) Konstruiere die Winkelhalbierende w des Winkels $\sphericalangle S_1AS_2$ und gib die Koordinaten des Schnittpunktes S_3 von w mit der x-Achse an.

4) Punktsymmetrie

„Bei punktsymmetrischen Figuren sind symmetrische Strecken gleich lang und symmetrische Winkel gleich groß. Die Orientierung bleibt erhalten.”

Aufgabe 21: Zeichne das Dreieck ABC, das durch die Punkte A(– 4|–3), B(3|0) und C(– 2|2) gegeben ist, in ein Koordinatensystem. Konstruiere das dazu punktsymmetrische Dreieck A´B´C´, wenn A´die Koordinaten (2|1) hat.
Gib die Koordinaten des Symmetriezentrums sowie die von B´ und C´an.

Platzbedarf:

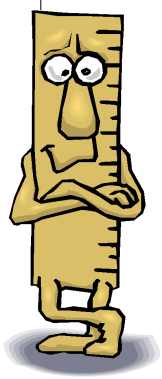


5) Symmetrische Vierecke

„Die Verwandschaft besonderer Viereck lässt sich über das Haus der Vierecke veranschaulichen”.

Aufgabe 22: Um welches Viereck handelt es sich?

a) Ein Viereck, bei dem nur zwei Gegenseiten parallel und die beiden anderen Seiten gleich lang sind.
b) Ein Viereck, in dem sich die Diagonalen gegenseitig halbieren, aufeinander senkrecht stehen und gleich lang sind.
c) Ein Viereck, in dem je zwei Gegenwinkel gleich groß sind.
d) Ein Viereck, das zugleich ein Rechteck und eine Raute ist.
e) Ein Viereck, das punktsymmetrisch bezüglich seines Diagonalenschnittpunkts ist.
f) Ein Viereck, dessen Diagonalen sich gegenseitig halbieren und gleich lang sind.
g) Ein Viereck, dessen Diagonalen sich gegenseitig halbieren und aufeinander senkrecht stehen.
h) Ein Viereck, das bezüglich jeder Diagonalen achsensymmetrisch ist.

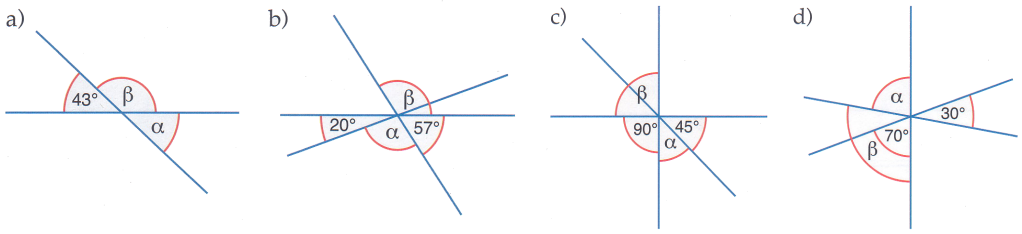


IV. Winkelbetrachtungen

a) Scheitelwinkel und Nebenwinkel

„Winkelbezeichnungen werden sowohl für den Winkel als auch für die Größe des Winkels verwendet.“

Aufgabe 22: Berechne jeweils die Größen der Winkel α und β.

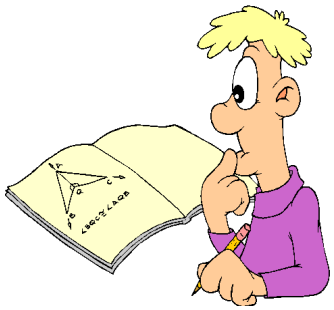


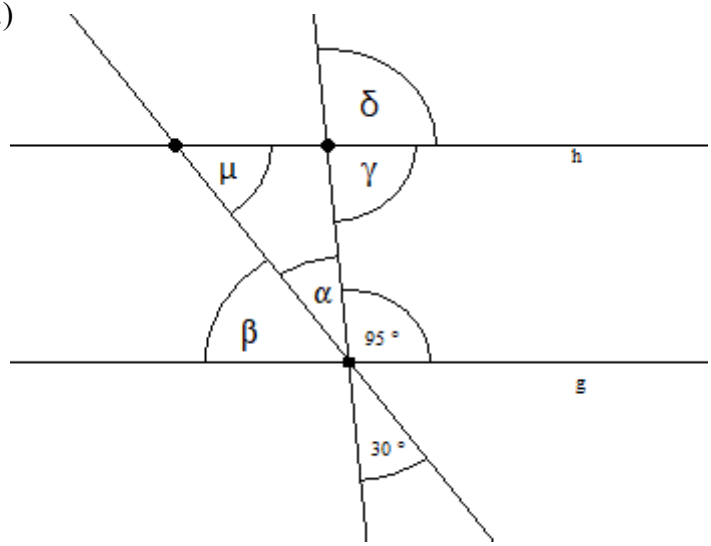
Aufgabe 23: a) Der Winkel α sei dreimal so groß wie sein Nebenwinkel β. Wie groß sind α und β?
b) α ist um 20° kleiner als sein Nebenwinkel β. Wie groß sind die beiden Winkel?
c) Wie groß sind die Winkel α, β und γ, wenn α um 31° größer als β ist und β um 98° kleiner als γ ist? Zusammen sind sie 180° groß.

2) Stufenwinkel und Wechselwinkel

„Wechselwinkel werden auf Z-Winkel und Stufenwinkel auch F-Winkel genannt."

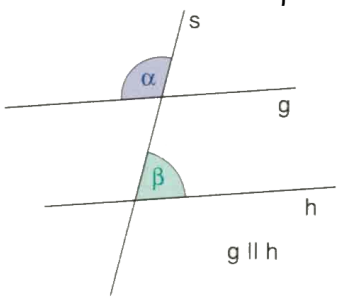
Aufgabe 23: In der angegebenen Skizze sind die Geraden g und h parallel. Berechne die Winkel α, β, γ , δ und μ. (Gib dabei auch das jeweils verwendete Winkelgesetz an.)





„Sind keine parallelen Geraden bei einer Doppelkreuzung vorhanden, dann sind Stufenwinkel und Wechselwinkeln nicht gleich groß."

Aufgabe 24: Wahr oder falsch? Begründe deine Entscheidung.
a) Der Nebenwinkel von α ergänzt den Nebenwinkel von β zu 180°.
b) Der Scheitelwinkel von α ist Wechselwinkel zum Scheitelwinkel von β.
c) Der Wechselwinkel zum Stufenwinkel des Nebenwinkels von α ergänzt β zu 180°.
d) Der Stufenwinkel zum Wechselwinkel von β ist Stufenwinkel zum Nebenwinkel von α.

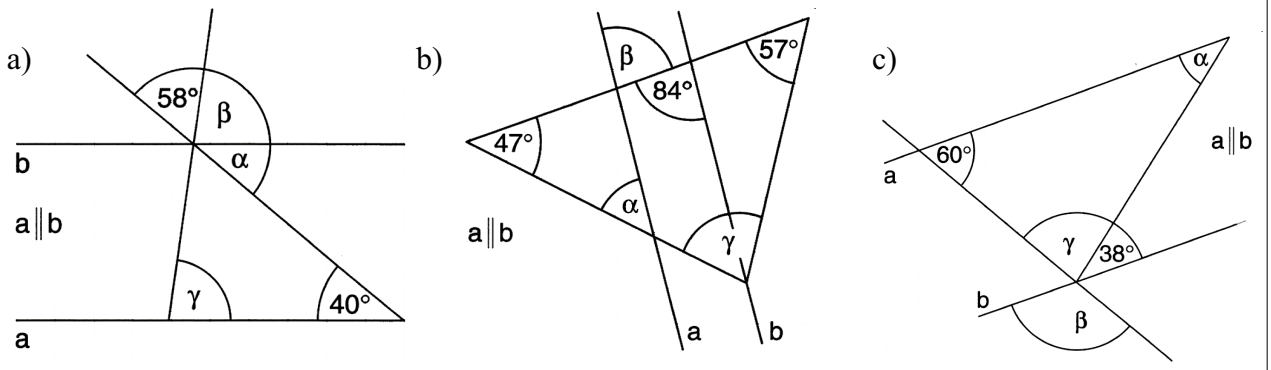


3) Winkelsumme im Dreieck

„Unter der Winkelsumme versteht man die Summe der Innenwinkelgrößen."

Aufgabe 25: Berechne jeweils die fehlenden Winkel im Dreieck ABC
a) $\alpha = 66°$; $\beta = 44°$ b) $\gamma = 45{,}6°$, $\alpha = \beta$
c) $\alpha = \beta = \gamma$ d) $\alpha = 2 \cdot \beta$; $\gamma = 90°$

Aufgabe 26: Bestimme die Größe der eingezeichneten unbekannten Winkel.



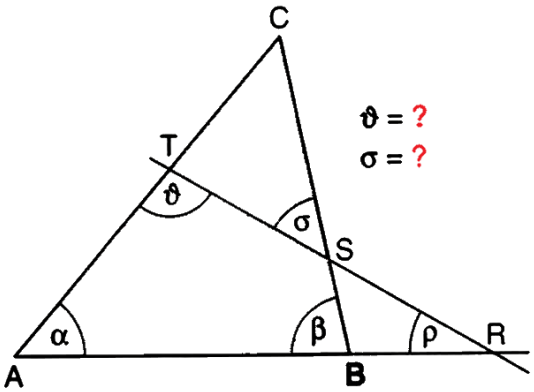
4) Winkelsumme im Vieleck

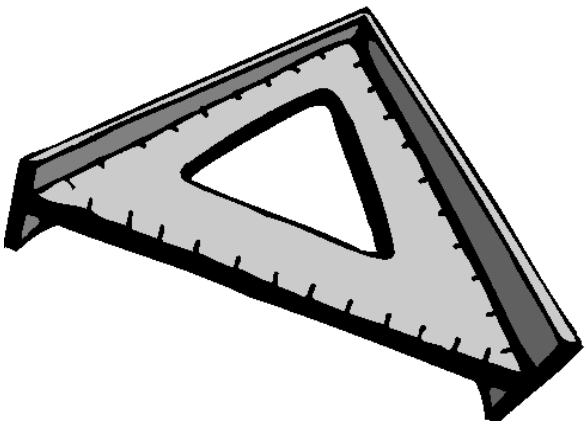
„Die Winkelsumme in einem n-Eck beträgt: (n – 2) · 180°."

Aufgabe 27: Das Trapez ABCD mit a∥c ist gleichschenklig. Berechne δ, mit

a) $\beta = 43°$, b) $\gamma = 3\beta$, c) $\gamma = \beta + 30°$

Aufgabe 28: Es gilt: $\alpha = 50°$, $\beta = 78°$ und $\rho = 30°$. Berechne σ und ϑ.





V. Gleichungen und Prozentrechnung

1) Gleichungen und Lösungen

„Eine Gleichung mit Variablen besteht aus zwei Termen, die durch ein Gleichheitszeichen miteinander verbunden sind. Dabei muss wenigstens in einem der beiden Terme eine Variable vorkommen.“

Aufgabe 29: Formuliere zuerst folgende Bedingungen als Gleichung. Bestimme dann die Lösung ($G = \mathbb{N}$) durch probeweises Einsetzen.

a) Zu welcher Zahl muss man 6 addieren, um ihr Dreifaches zu erhalten?
b) Welche Zahl ist um 60 kleiner als ihre dritte Potenz?
c) Welche Zahl ist um 3 größer als ihre Hälfte?

Aufgabe 30: Überprüfe, ob die angegebene Zahl eine Lösung der Gleichung ist.

a) $2x - 17 = 9$	$x = 13$	b) $5x - 3 = 3x + 5$	$x = 4$
c) $\lvert 3 - x \rvert = -4{,}5$	$x = 7{,}5$	d) $x^2 + x - 7 = 5$	$x = 3$

2) Äquivalente Gleichungsumformungen

„Zur Erinnerung: Da sich durch das Umformen der Terme die Werte der Terme bei Einsetzung von Zahlen nicht verändern, ändern sich auch die Lösungen der Gleichung nicht.”

Aufgabe 31: Löse folgende Gleichungen

a) $38x = 24x + 98$	b) $17y + 30 = 190 - 15y$
c) $51 + 13x = 65 - 8x$	d) $26 - x = 34 - 3x$
e) $0{,}9 + 0{,}4y = 1{,}2y - 0{,}7$	f) $8{,}5 - 5x = 7x + 7{,}9$
g) $6{,}4 - 2{,}5x = 4{,}9 + 2{,}5x$	h) $2 + 0{,}75x = 1 + \frac{1}{12}x$

Aufgabe 32: Löse folgende Gleichungen:

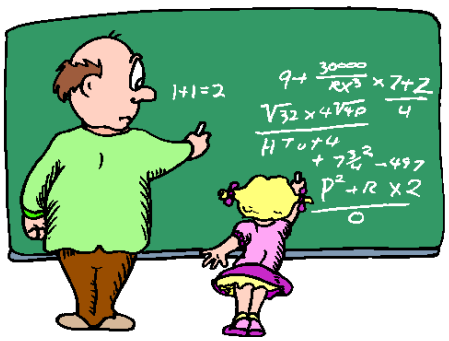
a) $30 - (3 - 2z) = 24 - z$	b) $2 - (3 - x) = x - 2(1 + x)$
c) $17 - 3(4 - 3x) = 6 - 2(1 - x)$	d) $3(3 - 4x) = 4(1 - x) - 8x$

3) Systematisches Lösen linearer Gleichungen

„Wiederhole die drei Lösungsschritte: (1) Termumformungen bis die Gleichungsgestalt $ax + b = cx + d$ besitzt. (2) Alles Summanden mit x auf eine Seite, alle reinen Zahlen auf die andere Seite. (3) Division durch den Vorfaktor vor dem x.“

Aufgabe 33: Löse folgende Gleichungen:

a) $4x - 2(1{,}5 - 7x) = x - 2(3 - 4x)$
b) $(3x - 25) - (3 - x) - 0{,}5 \cdot (62 - 6x) = 4$
c) $\frac{1}{5} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}\right) = 4x - 6 \cdot \left(\frac{3}{10} + \frac{x}{3}\right)$
d) $3(3 - 4x) = 4(1 - x) - (8x + 7)$



4) Lineare Gleichungen in Anwendungssituationen

„Wenn man x gleich in der Einheit cm wählt, kann man anschließend ohne Einheiten rechnen."

Aufgabe 34:
a) Vermehrt man eine Zahl um 18, so erhält man um 3 weniger als ihr Doppeltes. Wie heißt die Zahl?
b) Die Differenz zweier Zahlen beträgt 6. Subtrahierst du vom Zwölffachen der größeren Zahl das Achtfache der kleineren Zahl, so erhältst du 92. Wie heißen beide Zahlen?
c) Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 15. Vertauschst du die beiden Ziffern, so erhältst du eine um 27 kleinere Zahl.

Aufgabe 35: Zusammen sind Lana, Lena und Lara 125 Jahre alt. Lena ist 25 Jahre älter als Lara und Lana ist 45 Jahre älter als Lena. Wie alt sind die drei?

5) Die Grundgleichung der Prozentrechnung

„Der Prozentsatz vom Grundwert ist der Prozentwert."

Aufgabe 36: Ein Fahrrad kostet nach einer Preiserhöhung um 15% jetzt 289,80€.

a) Wie viel kostete es vorher?
b) Wie viel kostet es noch, wenn der Preis nun wieder um 15% gesenkt wird?

Aufgabe 37: Von den Schülern des Einstein-Gymnasium kommen 36% mit dem Fahrrad zur Schule. 75% der übrigen, nämlich 348 Schüler, kommen mit dem Bus. Wie viele Schüler besuchen die Schule insgesamt?

VI. Kenngrößen von Daten

1) Median

„Der Wert, der in der Mitte eines sortierten Datensatzes steht, wird Median M genannt. Bei einer geraden Anzahl von Daten musst du das arithmetische Mittel aus den beiden in der Mitte stehenden Werten bilden."

Aufgabe 38: Ermittle für die folgenden Werte den Median

a) 1, 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 9, 10, 10, 10, 11
b) 0, 2, 10, 5, 6, 5, 8, 13, 14, 7, 2, 14, 15, 10

Aufgabe 39: Laura hat in den vier Mathematikschulaufgaben die Noten 2; 3; 5 und 1 erhalten; ihre sechs mündlichen Noten (die alle gleich „gewichtet" werden) sind 2; 1; 3; 2; 4; 3. Berechne zunächst Lauras schriftliche und mündliche Durchschnittsnoten in Mathematik jeweils auf zwei Dezimalen genau. Ermittle dann Lauras Durchschnittsnote in Mathematik auf zwei Dezimalen genau, wenn der Durchschnitt der Schulaufgabennoten doppelt zählt.

2) Spannweite und Quartile

„Je größer ein Datensatz ist, desto genauer enthält jeder Bereich ein Viertel der Daten.“

Aufgabe 40: Gib die Spannweite, den Median und die Quartile an.

a) für die ersten zwölf Fibonacci - Zahlen: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144
b) für die Quadratzahlen von 1 bis 225

Aufgabe 41: Von sieben Schülern wird die Größe gemessen.

Maria 1,22	Niklas 1,45	Timur 1,38	
Hannes 1,41	Leyla 1,36	Larissa 1,31	Ela 1,33

Bestimme das arithmetische Mittel, den Median sowie die Spannweite

3) Boxplots

„Ein Boxplot ist ein Diagramm, das die Verteilung von Daten zwischen dem kleinsten Wert (Minimum) und dem größten Wert (Maximum) veranschaulicht.“

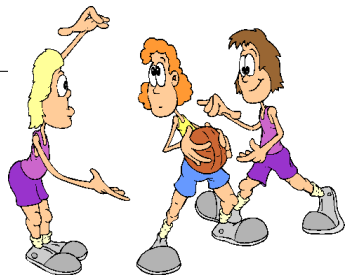
Aufgabe 42: Zeichne jeweils einen Boxplot.

a) 5, 7, 9, 2, 4, 10, 5, 8 b) 3, 19, 6, 4, 7, 10, 13, 21

Aufgabe 43: Die Schüler einer 7. Klasse haben ihre Körpergröße (in cm) gemessen.

Größe	134	136	139	141	142	143	144	145	147	148	149	151	154	158
Anzahl	1	2	1	3	1	5	3	1	3	1	2	3	1	1

a) Berechne das arithmetische Mittel, den Median, die Spannweite und das untere und obere Quartil.
b) Zeichne einen Boxplot.



VII. Kongruenz und Dreiecke

1) Kongruente Figuren

„Zwei deckungsgleiche Figuren nennt man auch zueinander kongruent.“

Aufgabe 44: Gegeben sind die Punkte A (0|0), B (4|1), C (2,5|2) und D (0,5|1,5). Zudem ist die Gerade a durch den Punkt Z (3|2) und den Punkt H (0|5) festgelegt. Zeichne das Viereck ABCD und spiegle sie

a) an der Geraden a (Bildfigur A´B´C´D´),
b) am Zentrum Z (Bildfigur A´´B´´C´´D´´).
Begründe, warum alle drei Vierecke kongruent sind. Welche besonderes Viereck ist das Viereck ABCD.

2) Kongruenz von Dreiecken

„Anhand einer sauberen Skizze, in die man die gegebenen Stücke farbig einträgt, kann man sich die Konstruktionsschritte überlegen.“

Aufgabe 45: Überprüfe für die folgenden Angaben, ob das jeweilige Dreieck ABC eindeutig konstruierbar ist und gib den entsprechenden Kongruenzsatz an.

a) $a = 4cm$, $c = 5cm$, $\beta = 120°$
b) $b = 4cm$, $\alpha = 35°$, $\gamma = 115°$
c) $b = 5cm$, $\alpha = 50°$, $\beta = 70°$
d) $b = 4cm$, $c = 5cm$; $\beta = 40°$
e) $b = 6cm$, $c = 5cm$, $\beta = 40°$
f) $b = 3\ cm$, $c = 5cm$, $\beta = 40°$

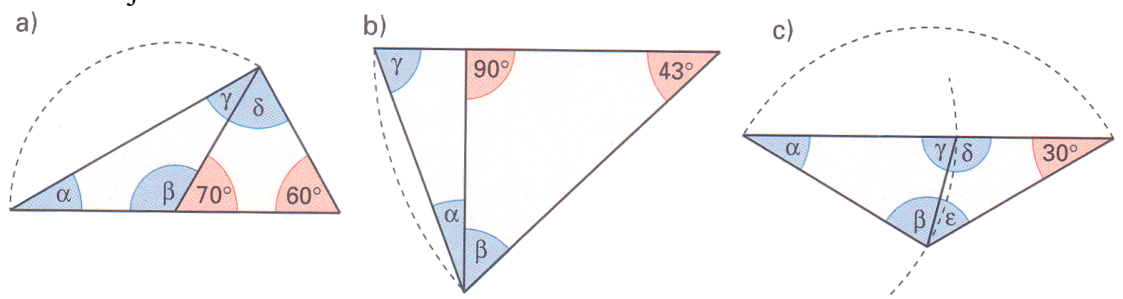
Aufgabe 46: Begründe, ob folgende Dreiecke jeweils kongruent sind:

a) $a_1 = 4cm$, $\alpha_1 = 67°$, $\gamma_1 = 20°$ und $b_2 = 4cm$, $\alpha_2 = 20°$, $\beta_2 = 67°$
b) $c_1 = 8cm$, $\alpha_1 = 30°$, $\beta_1 = 60°$ und $b_2 = 8cm$, $\alpha_2 = 30°$, $\beta_2 = 60°$
c) $a_1 = 7cm$, $\beta_1 = 60°$, $\gamma_1 = 45°$ und $b_2 = 7cm$, $\beta_2 = 60°$, $\gamma_2 = 45°$
d) $c_1 = 7cm$, $\alpha_1 = 50°$, $\beta_1 = 80°$ und $a_2 = 7cm$, $\alpha_2 = 50°$, $\beta_2 = 80°$

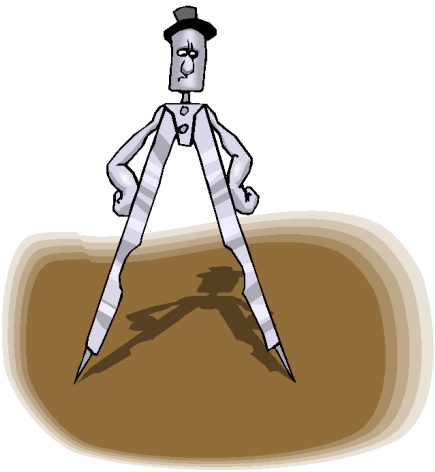
3) Das gleichschenklige Dreieck

„Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt gleichschenkliges Dreieck. Die beiden gleich langen Seiten nennt man Schenkel, die dritte Seite heißt Grundseite oder Basis.“

Aufgabe 47: Berechne die mit griechischen Buchstaben bezeichneten Winkel und begründe jeweils deine Rechenschritte.



Aufgabe 48: Welche Aussage ist falsch? Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie
(1) in zwei Seiten und dem Zwischenwinkel übereinstimmen,
(2) in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen,
(3) gleichschenklig sind und die gleiche Basislänge haben,
(4) in drei Seiten übereinstimmen,
(5) gleichseitig sind und den gleichen Umfang haben.



4) Satz und Kehrsatz

„Um zu begründen, dass eine Aussage wahr ist, muss Folgendes gezeigt werden: Die Behauptung trifft auf alle denkbaren Fälle zu, in denen die Voraussetzung erfüllt ist. Um eine Aussage zu widerlegen, also als falsch nachzuweisen, genügt es, ein einziges Gegenbeispiel anzugeben.“

Aufgabe 49: Gib zu den folgenden Sätzen jeweils den Kehrsatz an und beurteile seine Gültigkeit! Nenne bei einem falschen Kehrsatz ein Gegenbeispiel!

a) Wenn zwei Strecken zueinander achsensymmetrisch sind, dann sind sie gleich lang.
b) In einem Reckteck sind die Diagonalen gleich lang.
c) Ist eine Zahl durch 9 teilbar, so ist auch ihre Quersumme durch 9 teilbar.
d) Wenn du richtig gerechnet hast, stimmt auch die Probe.
e) Bei einem Unwetter wird der Rasen nass.

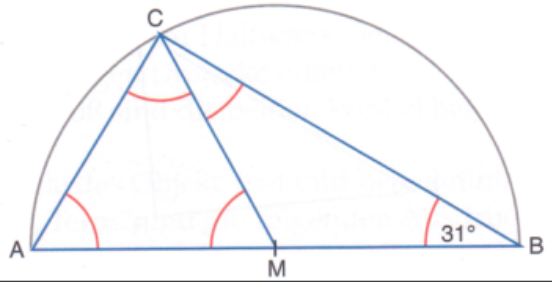
5) Das rechtwinklige Dreieck – Der Satz des Thales

„Meist wird nur die eine Hälfte des Thaleskreises betrachtet, da wegen des Umlaufsinns in einem Dreieck der Eckpunkt mit dem 90°-Winkel auf diesem Teil des Thaleskreises liegt.“

Aufgabe 50: Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck:

a) $|\overline{AC}| = 6{,}3cm; |\overline{BC}| = 4{,}7cm; \beta = 90°$
b) $|\overline{AC}| = 8{,}8cm; |\overline{BC}| = 11cm; \alpha = 90°$
c) $|\overline{AC}| = 7cm; |\overline{AB}| = 6cm; \beta = 90°$
d) $|\overline{BC}| = 5{,}7cm; |\overline{AB}| = 3{,}9cm; \alpha = 90°$

Aufgabe 51: Bestimme die fehlenden Winkelgrößen



6) Dreieckskonstruktionen

„Die Lösung einer Konstruktion ist eindeutig, wenn sie ausschließlich kongruente Dreiecke liefert.“

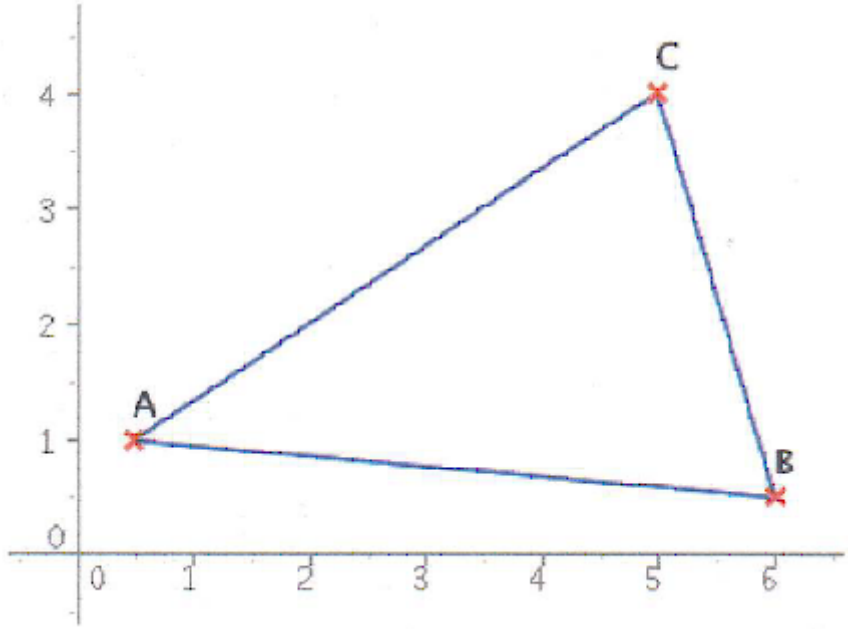
Aufgabe 52: Konstruiere das Dreieck ABC. Fertige dazu zunächst Planfigur und Konstruktionsplan an. Überprüfe, ob die Lösung eindeutig ist.

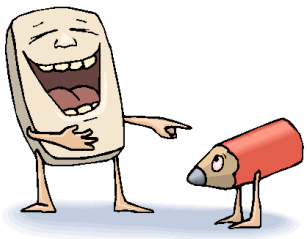
a) a = 2,9cm, b = 3,9cm und c = 4,9cm
b) a = 6cm, β = 95° und γ = 32°
c) a = 6cm, b = 3cm und γ = 120°
d) a = 5cm, b = 3cm und α = 27°

7) Umkreis eines Dreiecks

„Zur Erinnerung: Alle Punkte, die von zwei Punkte P und Q den gleichen Abstand haben, liegen auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{PQ}$.“

Aufgabe 53: Konstruiere den Umkreis des Dreiecks





Aufgabe 54: a) Zeichne ein Reckteck mit den Seitenlängen 7,8cm und 5,7cm. Konstruiere zu jeder Seite und zu einer Diagonalen die Mittelsenkrechten. Was stellst du fest bezüglich des Umkreises?

b) Zeichne ein beliebiges nicht rechtwinkliges Viereck. Konstruiere zu jeder Seite die Mittelsenkrechte. Gibt es einen Punkt, der von allen vier Punkten den gleichen Abstand hat?

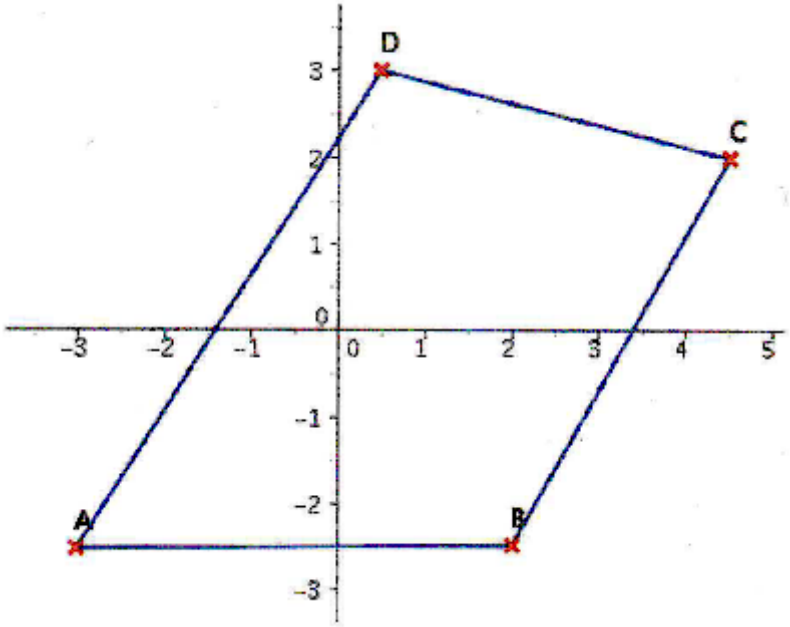
8) Inkreis eines Dreiecks

„Zur Erinnerung: Der Abstand vom Punkt P zur Geraden g ist gleich der Länge des Lotes von P auf g.“

Aufgabe 55: Zeichne im Koordinatensystem das Dreieck und bestimme den Radius und die Koordinaten des Mittelpunktes des Inkreises.

a) Dreieck ABC: A(2|0), B(10|4,5), C(5|9,5)
b) Dreieck DEF: D(– 8|0), E(– 1,5|– 7), F(0|8,5)

Aufgabe 56: Konstruiere zu jedem Winkel des Vierecks die Winkelhalbierende.



Die Fachschaft Mathematik wünschte Dir viel Erfolg beim Üben dieser Aufgaben !